МЕТАИГРИ

Проф. д-р Дочо Дочев, Икономически университет - Варна

Проф. д-р Здравко Славов, Варненски свободен университет

Гл. ас. д-р Йордан Петков, Икономически университет - Варна

Ас. Ангел Генчев, Икономически университет - Варна

Резюме. *Теорията на метаигрите се създава с цел превръщането на класическата теория на игрите в инструмент за анализ и решение на реални конфликти. Построен е моделен пример, в който се показва, че метаигра от по-високо ниво разпознава рационалните решения от неиндивидуалистичен характер.*

METAGAMES

Prof. Docho Dochev, PhD, University of Economics Varna

Prof. Zdravko Slavov, PhD, Varna Free University

Ch. ass. prof. Jordan Petkov, PhD, University of Economics Varna

Ass.prof. Angel Genchev, University of Economics Varna

Abstract. *The metagame theory is created with main objective to turn the classical game theory into instrument for analysis and resolution for real world conflicts. We have given a modal example in which is seen that higher level metagames recognizes also the rational outcomes of non-individual character.*

Теорията на метаигрите се свързва с името на Н. Хауърд [1]. Той я замисля като модернизация на класическата теория на игрите. Класическата теория на игрите, както става ясно, се оказва с ограничено приложение за анализ и решаване на реални конфликти. Фон Нойман и Оскар Моргенщерн със своя труд [2] дават на всеки субект рационален начин на поведение в произволна ситуация, която може да възникне. Но именно правилата на рационалността се оказват най-спорният момент в цялата история на класическата теория на игрите.

Отъждествяването на рационално поведение (вземането на рационално решение) в игра с нулева сума (антагонистична игра) с равенството на максиминната и минимаксната стратегия се явява проблематично място в обосноваването на класическата теория на игрите.

Възможностите на класическата теория на игрите за анализ на конфликти стават още по-проблематични, когато се премине в безкоалиционни игри с ненулева сума. Вторият опит е критерият на Джон Неш [3], при който „Изходът се явява рационално решение на играта, ако нито един играч не може едностранно да увеличи своята печалба". Съгласно критерия на Неш всеки играч, решил да се отклони едностранно от точката на равновесие може да влоши своето положение.

Умението да се отчитат не само действията на участниците в конфликта, но също техните възможни контрадействия и действията на контрадействията, е необходимо условие за ефективен анализ и разрешение на конфликта. В реакцията на другите хора ние обективизираме нашите очаквания и замисли.

Пример:

Две фирми A и B обмислят да инвестират в ценни книжа и в недвижима собственост.

Ако двете фирми инвестират в ценни книжа, те ще реализират до 15 % печалба. Ако едната инвестира в ценни книжа, а другата - в недвижима собственост, то те ще реализират съответно 18 % и 11 % печалба. Ако двете фирми инвестират в недвижима собственост, то могат да реализират до 10 % печалба.

Въвеждаме следните означения:

1. Стратегиите на играчите A и B са:
   A_1={играчът A инвестира в ценни книжа};
   A_2={играчът A инвестира в недвижима собственост};
   B_1={играчът B инвестира в ценни книжа};
   B_2={играчът B инвестира в недвижима собственост}.
2. Възможните изходи (ситуации) са:
   1) (A_1, B_1) - {Двамата играчи инвестират в ценни книжа};
   2) (A_1, B_2) - {A инвестира в ценни книжа, а B инвестира в недвижима собственост};
   3) (A_2, B_1) - {A инвестира в недвижима собственост, а B инвестира в ценни книжа};
   4) (A_2, B_2) - {Двамата инвестират в недвижима собственост}.

I. Разглеждаме играта от гледна точка на теорията на игрите. Записваме играта в нормална форма.

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} & & B & \\ (1) & B_1 & B_2 & (2) \end{array} \\
H = A \quad \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \end{array} & \left\| \begin{array}{cc} 15,15 & 11,18 \\ 18,11 & 10,10 \end{array} \right\| \\
 & \begin{array}{cc} (3) \qquad\qquad\qquad & (4) \end{array}
\end{array}
$$

Тя е крайна безкоалиционна игра с двама играчи с по две стратегии. Равновесните ситуации (изходи) по Неш са[1]:

(2) (12,18) и (3) (18,12).

Но изходът (1) (15,15) е по-добър общо за двамата играчи – сумарната печалба за двамата играчи е по-голяма от сумарната печалба в равновесните ситуации.

$$15+15 > (11+18) = (18+11)$$

Този пример показва, че класическата теория (т. е. критерият на Неш) не различава тези „парадокси”.

II. Разглеждаме играта като метаигра.

1. Въвеждаме векторите на предпочитание[2]:
   $f_A: 3 \succ 1 \succ 2 \succ 4$;
   $f_B: 2 \succ 1 \succ 3 \succ 4$.

При биматрична игра с двама играчи изследването за стабилност може да се опрости.

2. Необходимо е да се намерят едностранно подобрени изходи (едностранните подобрения на играчите).

играч А	$m_A^+(1) = 3$	играч В	$m_B^+(1) = 2$
	$m_A^+(2) = \emptyset$		$m_B^+(2) = \emptyset$
	$m_A^+(3) = \emptyset$		$m_B^+(3) = \emptyset$
	$m_A^+(4) = 2$		$m_B^+(4) = 3$

3. Анализ на вида на стабилност на изходите.

Да насочим вниманието си към играч А.

Множеството на едностранното подобрение на изходите (2) и (3) е празното множество ($UI = \emptyset$), следователно те са рационално стабилни.

[1] Една ситуация е равновесна за даден играч тогава и само тогава, когато ако той се отклони от нея, то той не може да получи повече, но е възможно да получи по-малко.
[2] В много реални примери може да не се знаят платежните функции (матрици).

Множествата на едностранните подобрения на изходите (1) и (4) не са празни множества $m_A^+(1) = 3$, но $m_B^+(3) = \emptyset$, следователно изход (1) е нестабилен за играча А.

Също $m_A^+(4) = 2$, но $m_B^+(2) = \emptyset$, следователно изход (4) е нестабилен за играча А.

Аналогично изходите (2) и (3) са рационално стабилни, а изходите (1) и (4) са нестабилни за играча В.

Тъй като изходите (1) и (4) са нестабилни за двамата играчи, то те трябва да се изследват за едновременна санкционираност (едновременна стабилност). Да ги разгледаме по-подробно.

Изход 1.

Подобрението на изход (1) за играча А е изход (3), а за играча В е изход (2). Тогава използваме формулата[3]:

(3+2) – 1 = 4

Но изход (4) е по-малко предпочитан от изход (1) за играча А, и също (4) е по-малко предпочитан от изход (1) за играча В, т. е. изход (1) е двустранно санкциониран и от двамата играчи, следователно изход (1) е едновременно стабилен и за двамата играчи.

Изход 4.

Той е нестабилен за двамата играчи и едностранно подобрените изходи съответно за играча А и В са (2) и (3). Като използваме формулата:

(2+3) – 4 = 1

но изход (1) е по-предпочитан от изход (4) от двамата играчи, т. е. той става нестабилен.

Множествата от стабилните изходи на играчите са:

$E_A = \{1(ss), 2(r), 3(r)\}$, $E_B = \{1(ss), 2(r), 3(r)\}$.

Като използваме конфликтния анализ, намираме още едно решение на конфликта - изхода (1), което е кооперативно – то може да се получи в резултат на преговори и е по-справедливо и за двамата играчи. Сумарната полезност за двамата играчи е по-голяма от индивидуалистичните решения:

(15+15) > (11+18) = (18+11).

---

[3] Ако подобренията на изход q са a и b, формулата е

(a + b) - q = p

Ако p(A)<q(A) или p(B)<q(B), или и двете, то изходът q е едновременно стабилен.

Ако p(A)>q(A) [p(B)>q(B)], то изходът е нестабилен за дадения играч.

Класическата теория отчита, че рационални изходи са (2) (A_1, B_2) и (3) (A_2, B_1), при това изходът (1) (A_1, B_1), предполагащ сътрудничество между играчите за постигането на техните взаимни интереси, не се отчита като стабилен. Според теорията на метаигрите [1] това е второто поражение на рационалността.

Но способността към рефлексии може да помогне да се разпознаят и други рационални изходи. Според теорията на метаигрите всеки играч трябва да разглежда и взема под внимание всевъзможните реакции на своите противници, а също и контрареакциите им.

Всички всевъзможни реакции на играча В на действията на играча А се задават с матрицата на метаизходите от първо ниво:

		B_{11}	B_{12}	B_{21}	B_{22}
A	A_1	A_1B_1 15, 15	A_1B_1 15, 15	A_1B_2 11, 18	$\boxed{A_1B_2}$ 11, 18
	A_2	$\boxed{A_2B_1}$ 18, 11	A_2B_2 10, 10	A_2B_1 18, 11	A_2B_2 10, 10

Изходът B_{11} означава, че В инвестира в ценни книжа, независимо дали А инвестира в ценни книжа или в недвижима собственост. Изходът B_{12} означава, че играчът В инвестира в ценни книжа, ако А инвестира в ценни книжа и В инвестира в недвижима собственост, ако А инвестира в недвижима собственост. Изходът B_{21} означава, че В инвестира в недвижима собственост, ако А инвестира в ценни книжа. Изходът B_{22} означава, че В инвестира в недвижима собственост независимо дали А инвестира в ценни книжа или недвижима собственост.

Тъй като играчът А може да извърши две действия, а играчът В – четири, то метаизходите от първо ниво на играта са 2 по 4 равно на 8 метаизхода.

Метаиграта се отличава от играта в класически смисъл, за която се предполага, че играчите ѝ знаят избраните си стратегии и стратегиите на другия. Метаизходът се отличава от изхода по това, че той обозначава не само резултат от действията на играчите, но и всички възможни изходи. Например изходът A_1B_1 е резултат от извършените от двамата играчи действия A_1 и B_1 в обикновената игра. Но този изход се превръща в метаизход, тъй като той се представя в метаиграта от първо ниво като резултат от действието A_1 и/или метадействието B_{11} или метадействието B_{12}. На основата на изхода A_1B_1 играчът А нищо не може да каже за стратегическите замисли на играча В.

Лесно се вижда, че само метаизходите A_1B_{22} и A_2B_{11} са рационални, т.е явяват се точки на равновесие в метаиграта от първо ниво. Метаизходите A_1B_{22} и A_2B_{11} са съответно еквивалентни на изходите A_1B_2 и A_2B_1 на базисната игра и са решения на играта. Така метаанализът на първо ниво не донася нови решения. Но засега е изследвана само метаигра от първо ниво.

За да изследваме реакциите на играча А на възможните реакции на играча В, е необходимо ново разширение на изходите на играта – метаигра от второ ниво.

Главният резултат на метаиграта от второ ниво е, че са открити още два нови изхода на стабилност, даващи кооперативното базисно решение в играта.

Реакция на играча А	B_{11}	B_{12}	B_{21}	B_{22}
A_{1111}	15, 15	15, 15	11, 18	11, 18
A_{1112}	15, 15	15, 15	11, 18	10, 10
A_{1121}	15, 15	15, 15	18, 11	11, 18
A_{1122}	15, 15	15, 15	18, 11	10, 10
A_{1211}	15, 15	10, 10	11, 18	11, 18
A_{1212}	15, 15	10, 10	11, 18	10, 10
A_{1221}	15, 15	10, 10	18, 11	11, 18
A_{1222}	15, 15	10, 10	18, 11	10, 10
A_{2111}	18, 11	15, 15	11, 18	11, 18
A_{2112}	18, 11	15, 15	11, 18	10, 10
A_{2121}	18, 11	15, 15	18, 11	11, 18
A_{2122}	18, 11	15, 15	18, 11	10, 10
A_{2211}	18, 11	10, 10	11, 18	11, 18
A_{2212}	18, 11	10, 10	11, 18	10, 10
A_{2221}	18, 11	10, 10	18, 11	11, 18
A_{2222}	18, 11	10, 10	18, 11	10, 10

Така откриваме два нови изхода на стабилност $A_{1122}B_{12}$ и $A_{2122}B_{12}$, които ни дават кооперативно решение на базисната игра в допълнението на двете решения: A_2B_1 и A_1B_2.

Кооперативният смисъл на изход (15,15) – съгласно стратегията на играча А, е: А инвестира в ценни книжа, ако В избере стратегията B_{21} (В инвестира в ценни книжа независимо от действието на А) или ако В избере B_{12} (В реагира точно както и А). По такъв начин А и В инвестират в ценни книжа и си гарантират доход (15,15). От казаното следва, че и за двамата играчи сътрудничеството е по-изгодно, отколкото съперничеството. Аналогични са разсъжденията и за изход ($A_{2122}B_{12}$). Индуктивно (не пълно) полученият резултат показва, че за намиране на ефективното решение на произволна игра е необходимо всеки играч да умее, чрез рефлексии, да разчита действията и реакциите на противниците си.

От изложеното до тук може да се обобщи: теорията на метаигрите позволява на играчите:

- да разширят класа на стабилните изходи в играта;
- да анализират и контролират реакции и контрареакции на играчите;
- да използват по-реалистични критерии за рационалност и да разпознават и кооперативните решения;
- да отчитат изменението на своите предпочитания и емоции при вземане на решение.

В теорията на метаигрите се доказва, че броят на възможните разширения е достатъчен, за да се разкрият всички изходи на стабилност.

Литература

1. **Howard, N.** Paradoxes of rationality: Theory of Metagames and Political Behavior. Cambridge Mass: MIT Press, 1977.
2. **V. Neumann, J., O. Morgenstern.** Theory of Games and Economic behavior, 3rd ed., Princeton University Press, Princeton, listed 1944.
3. **Nash, J. F.** Non-cooperative Games. //Annals of Mathematics 1951. Vol. 54, p. 286 - 295.